



I.S.E.M

ROYAUME DU MAROC

MINISTRE DE L'EQUIPEMENT,  
DU TRANSPORT ET DE LA LOGISTIQUE

INSTITUT SUPERIEUR  
D'ETUDES MARITIMES



Concours d'accès en 1<sup>ère</sup> année du cycle normal (2015/2016)

Epreuve de Mathématique, durée 1h30

Questionnaire à choix multiples. Pour chaque question, une seule réponse est exacte.

Exercice 1 On considère la fonction de variable réelle  $x$  définie par  $f(x) = \ln(x + \sqrt{x^2 + 1})$ . Alors,

A  $D_f = ]-\infty, 0[ \cup ]0, +\infty[$ .

B  $f$  est paire.

C  $f$  n'est ni paire, ni impaire.

D  $f$  est impaire.

Exercice 2 L'intégrale  $\int_0^1 \frac{1}{1+x^2} dx$  est égale à :

A  $-\frac{1}{2}$ .

B  $2 \ln 2$ .

C  $\frac{\pi}{2}$ .

D  $\frac{\pi}{4}$ .

Exercice 3 L'intégrale  $\int_{-1}^1 \frac{1}{x + \sqrt{3}} dx$  est égale à :

A  $\frac{1}{1 + \sqrt{3}} - \frac{1}{\sqrt{3} - 1}$ .

B  $2 \ln(1 + \sqrt{3}) - \ln 2$ .

C  $\frac{1}{(\sqrt{3} - 1)^2} - \frac{1}{(1 + \sqrt{3})^2}$ .

D  $\ln(\sqrt{3} - 1) - \ln(1 + \sqrt{3})$ .

Exercice 4 Soit  $f$  la fonction définie sur l'intervalle  $]0; +\infty[$  par  $f(x) = 2x - 1 + \frac{1}{x}$ . La courbe représentative de la fonction  $f$  dans un repère orthonormal du plan admet pour asymptote au voisinage de  $+\infty$  la droite d'équation :

A  $y = 0$ .

B  $y = 2x - 1$ .

C  $y = 1 - 2x$ .

D  $y = -x + 1$ .

Exercice 5 Le nombre  $2 \ln\left(\frac{e}{4}\right) + 5 \ln 2 + \ln\left(\frac{8}{e}\right)$  est égal à :

A  $1 + 4 \ln 2$ .

B  $4 \ln 2 + 3$ .

C  $2 \ln 5 + 1$ .

D  $8 \ln 2$ .

Exercice 6 On considère la fonction  $f$  définie sur l'intervalle  $] -1, +\infty[$  par :  $f(x) = \frac{2x + 1}{x + 1}$ . On a

A  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$ .

B  $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = 2$ .

C  $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = -1$ .

D  $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = -\infty$ .

Exercice 7 Soit  $f$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = (x+1)e^{2x}$ . On rappelle que  $2 < e < 3$ .

A  $f'(x) + 2f(x) = e^{2x}$ .       B  $f(x) = -\frac{1}{16}$  a deux solutions distinctes.

C  $\forall \alpha \leq -1, \int_{\alpha}^{-1} f(x)dx = -\frac{1}{4e^2} - \frac{2\alpha+1}{4}e^{2\alpha}$ .       D  $\lim_{\alpha \rightarrow -\infty} I_{\alpha} = +\infty$ .

Exercice 8 Pour tout réel  $x \geq 1$ , on pose :  $F(x) = \int_{x^2}^{x^3} e^{-t^2} dt$ . Alors,  $F'(x)$  est égale à :

A  $e^{-x^6} - e^{-x^4}$ .       B  $-2x^3e^{-x^3} + 2x^2e^{-x^2}$ .

C  $3x^2e^{-x^6} - 2xe^{-x^4}$ .       D  $e^{-x^6-x^4}$ .

Exercice 9 Soit la suite  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  définie par :  $u_n = \frac{n[(-1)^n e^{\pi} - 1]}{1+n^2}$ . Alors,

A  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  diverge.       B  $\forall n \in \mathbb{N}, |u_n| \leq \frac{n}{1+n^2}$ .

C  $\forall n \geq 2, |u_n| \leq \frac{n(e^{\pi} + 1)}{n^2 - 1}$ .       D  $\lim_{n \rightarrow +\infty} nu_n = e^{\pi} - 1$ .

Exercice 10 Soit  $u_n = 1 + a^{2^n}$  ( $a \in ]0, 1[$ ). On pose :

$$P_n = \prod_{k=1}^n u_k = u_1 u_2 \cdots u_n \quad \text{et} \quad S_n = \sum_{k=1}^n a^{2^k} = a^2 + a^{2^2} + \cdots + a^{2^n}.$$

On rappelle que  $\forall x \in ]0, 1[, \ln(1+x) \leq x$ .

A  $S_n$  est la somme des termes d'une suite géométrique.       B  $\ln P_n \leq S_n \leq \frac{1}{1-a}$ .

C  $(P_n)_{n \geq 1}$  est décroissante et  $(S_n)_{n \geq 1}$  est croissante.       D  $(P_n)_{n \geq 1}$  est divergente.

Exercice 11 On note  $\mathbb{C}$  l'ensemble des nombres complexes. Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé  $(O, \vec{u}, \vec{v})$ . On considère la fonction  $f$  qui à tout nombre complexe  $z$  associe  $f(z) = z^2 + 2z + 9$ .

1. l'image de  $-1 + i\sqrt{3}$  par la fonction  $f$  est :

A  $3 - 4i\sqrt{3}$ .       B 5.       C 9.       D  $3 + 4i\sqrt{3}$ .

2. Les solutions de l'équation  $f(z) = 5$ , sont :

A  $1 - i\sqrt{3}$  et  $1 + i\sqrt{3}$ .       B  $3 + 4i\sqrt{3}$  et  $3 - 4i\sqrt{3}$ .

C  $-1 + i\sqrt{3}$  et  $-1 - i\sqrt{3}$ .       D 1 et 4.

3. Le point  $M$  d'affixe le nombre complexe  $z$  vérifiant l'équation  $|f(z) - 8| = 3$  décrit :

A le demi-axe  $(O, -\vec{u})$ .       B le cercle de centre  $\Omega(1,0)$  et rayon 3.

C le demi-axe  $(O, \vec{v})$ .       D le cercle de centre  $\Omega(-1,0)$  et rayon  $\sqrt{3}$ .

4. Dans le plan complexe, on note  $\mathcal{E}$  l'ensemble des points d'affixe  $z$  est tels que  $f(z)$  soit un nombre réel. Alors,  $\mathcal{E}$  est

A  $\{(-1,0)\}$ .       B La réunion des droites d'équations respectives  $x = -1$  et  $y = 0$ .

C La droite d'équation  $x = -1$ .       D La droite d'équation  $y = 0$ .

**Exercice 12** Dans  $\mathbb{R}$ , l'équation  $\ln(x+4) + \ln(x-2) = \ln(2x+1)$  :

**A** n'a pas de solution.

**B** admet exactement une solution négative.

**C** admet exactement une solution positive.

**D** admet exactement deux solutions.

**Exercice 13** Pour tout entier naturel  $n$ , on pose  $I_n = \int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{-nx} \sin x dx$  et  $J_n = \int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{-nx} \cos x dx$ .

Alors,

**A**  $I_0 = 0$  et  $J_0 = 1$ .

**B**  $I_n + nJ_n = 2$ .

**C**  $J_n - nI_n = e^{-n\frac{\pi}{2}}$ .

**D**  $I_n \geq 2$ .

**Exercice 14** Soit  $f$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par :

$$f(x) = \begin{cases} x \exp\left(\frac{2x}{x^2-1}\right) & \text{si } x \in \mathbb{R} \setminus \{-1, 1\}, \\ 0 & \text{si } x = -1 \text{ ou } x = 1. \end{cases}$$

On note  $C_f$  la courbe représentative de  $f$  dans un repère orthonormé  $(xOy)$ .

1. Alors,

**A**  $f$  est continue sur  $\mathbb{R}$ .

**B**  $\forall x \neq 0, f(x)f\left(\frac{1}{x}\right) = 1$ .

**C**  $f$  est impaire.

**D**  $f$  est dérivable au point  $-1$  et  $1$ .

2. On a les limites suivantes :

**A**  $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = -\infty$ .

**B**  $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = +\infty$ .

**C**  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$ .

**D**  $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{f(x)}{x} = 1$ .

3. La courbe représentative  $C_f$  de  $f$  admet comme asymptote au voisinage de  $+\infty$  la droite d'équation :

**A**  $y = x - 2$ .

**B**  $y = x + 2$ .

**C**  $y = -x + 2$ .

**D**  $y = -x - 2$ .

**Exercice 15** Une pièce de monnaie est telle que la probabilité d'obtenir Face est égale à  $\frac{1}{3}$ . On lance 6 fois de suite cette pièce.

**A** La probabilité d'avoir au moins une fois Face est  $\frac{664}{729}$ .

**B** La probabilité d'avoir au plus une fois Face est  $\frac{256}{769}$ .

**C** La probabilité d'avoir exactement deux fois Face est  $\left(\frac{1}{3}\right)^2 \left(\frac{2}{3}\right)^4$ .

**D** Le nombre moyen de lancers qui donne Face est 3.