8. En considérant : $M_1=M_2=M$, $M_3=4M$, $J=0$, déterminer les accélérations $\gamma_1$ et $\gamma_3$ des blocs $M_1$ et $M_3$ en fonction de g et $\mu$.
9. Sous les mêmes conditions (question 8), si le bloc $M_1$ parcourt une distance d, calculer la distance x parcourue par le bloc $M_3$ en fonction de d et $\mu$. Pour quelle valeur de $\mu$, les deux blocs $M_1$ et $M_3$ parcourent la même distance.

**III.** Une masse ponctuelle m est ***poussée*** contre un ressort de raideur k au moyen d'une trappe puis lâchée du repos, la masse n'est pas liée au ressort, mais, elle est juste en contact avec celui-ci avant le départ. Son chemin est composé d'un rail horizontal et d'un rail de forme circulaire de rayon intérieur R situé dans un plan vertical (Fig.4). Une fois la particule entre dans le chemin circulaire, elle y sera tout le temps. Les frottements sont négligés sauf indication. Soit $\theta(t)$ l'angle qui décrit la position angulaire de la particule quand elle est sur son chemin circulaire.

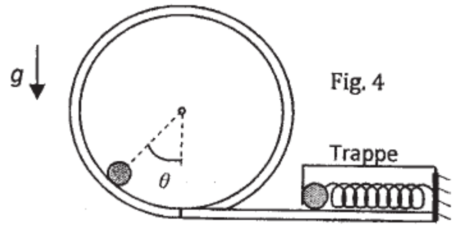


Fig. 4

10. Exprimer la composante normale $R_N$ de la force de réaction du rail sur la masse m en fonction de m, g, v, R et $\theta$, où v est la vitesse instantanée de m. Déterminer l'accélération tangentielle $\gamma_t$ de m en fonction de g et $\theta$.
11. Déterminer la plus petite vitesse possible $v_0$ de la masse m au point le plus haut de la trajectoire pour qu'elle puisse traverser son chemin en fonction de R et g.
12. Déterminer le raccourcissement minimal $x_0$ du ressort correspondant en fonction de m, g, R et k.
13. Pour une position quelconque, exprimer l'énergie mécanique $E_m$ de la particule en fonction de m, g, R, $\theta$.
14. Déterminer l'équation du mouvement de la particule, exprimer la période du mouvement pour les petites oscillations en fonction de g et R.
15. Dans cette question, le chemin de la particule est graissé et a donné lieu à une force de frottement, ayant la forme $\vec{f}=-2\lambda m\vec{v}$ (où $\vec{v}$ est la vitesse instantanée de m, $\lambda$ est une constante donnée), appliquée sur la particule de la part du rail, exprimer l'équation du mouvement de cette particule. En admettant que l'équation horaire du mouvement de la particule est de la forme : $\theta(t)=e^{-\lambda t}\left[Ae^{\omega_1 t}+Be^{-\omega_1 t}\right]$, où $\omega_1=\sqrt{\lambda^2-\omega_0^2}$, déterminer les constantes A et B telles que : $\theta(0)=\theta_0$ et une vitesse initiale nulle.

**IV.** Répondre aux questions suivantes en cochant la bonne réponse (*attention : 2 points pour une réponse juste, (-1 pt) pour une réponse fausse et (0 pt) pour le cas sans réponse*) :

16. On fait tourner une bille au bout d'une corde selon une trajectoire circulaire dans le **plan vertical**, la corde se brise (coupure de la corde) lorsqu'elle est horizontale, la trajectoire de la bille sera :
   **a.** Parabolique  **b.** circulaire  **c.** droite  **d.** quelconque (imprévisible)
17. Un système de levage soulève au moyen d'un câble une masse verticalement. La masse subit deux forces lors de son mouvement vers le haut : son poids P et la tension T du câble. Ces deux forces effectuent respectivement les travaux $W_P$ et $W_T$, lequel des énoncés suivants est vrai :
   **a.** $W_P>0$ et $W_T>0$  **b.** $W_P<0$ et $W_T<0$  **c.** $W_P<0$ et $W_T>0$  **d.** $W_P>0$ et $W_T<0$
18. Une particule se déplace dans le plan (Oxy) selon ses coordonnées : ($x(t)=2-4t$ et $y(t)=-3t+t^3$), le temps (t) est en (s) et la position est en cm. A l'instant t=2 s, le module de sa vitesse vaut :
   **a.** $\|\vec{V}\|=4$ cm/s,  **b.** $\|\vec{V}\|=\sqrt{97}$ cm/s  **c.** $\|\vec{V}\|=3$ cm/s  **d.** $\|\vec{V}\|=\sqrt{13}$ cm/s

   L'orientation de sa vitesse par rapport à l'axe ($\vec{Ox}$) est à (en radian) :
   **a.** $\pi/2+\arctan(4/9)$  **b.** $\arctan(4/9)$  **c.** $-\arctan(4/9)$  **d.** $\pi/2-\arctan(4/9)$

Soit une piste lisse en forme de quart de cercle ($P_1$, $P_2$), de rayon égal à 6 m, située dans un plan vertical (Fig.5). Une masse ponctuelle qui pèse 4 N se déplace de $P_1$ à $P_2$ sous l'action de la force $F_1$ qui est toujours orientée selon l'horizontale et sa grandeur est constante et vaut (47/6)N.

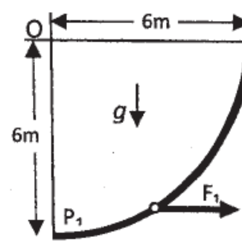


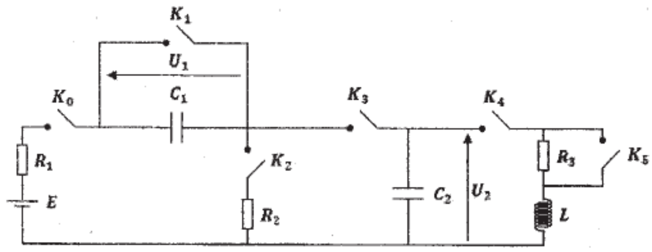
Fig.5

19. La somme des travaux des forces appliquées sur la particule est :
   **a.** 23 J  **b.** 71 J  **c.** $47\sqrt{2}$ J  **d.** -23 J
20. Sachant que la vitesse en $P_1$ était de 4 m/s sa vitesse en $P_2$ est :
   **a.** $\sqrt{131}$ m/s  **b.** 0 m/s  **c.** $3\sqrt{7}$ m/s  **d.** $2\sqrt{10}$ m/s

**Physique II : Electricité** (*cette partie de l'épreuve contient un problème et un QCM*)
**N.B.** *Chaque question est notée sur deux points.*

**Problème** : Le circuit, schématisé sur la figure ci-contre, comporte :

- Un générateur de tension continue : $E = 10V$ ;
- Une bobine idéale : $L$
- Deux condensateurs : $C_1$ et $C_2$;
- Trois résistances : $R_1$, $R_2$ et $R_3$ ;
- Six interrupteurs : $K_0$ , $K_1, K_2, K_3, K_4$ et $K_5$.




**Le circuit sera sujet à trois expériences indépendantes.**

**Première expérience :** A l'instant $t_0 = 0$, on ferme l'interrupteur $K_0$ et $K_2$. Tous les autres interrupteurs sont ouverts.

1. Donner l'équation différentielle qui caractérise la tension $U_1(t)$.
2. Quelle est la constante du temps $(\tau)$ du circuit ?
3. Etant donné que $U_1(0) = 0$, quelle est la durée nécessaire, en fonction de $\tau$, pour que la tension $U_1$ soit égale à $9.5\ V$ ?

Au bout d'un certain temps $t_1$, la tension $U_1$ atteint une valeur permanente.

4. Quelle est la valeur permanente du courant traversant la résistance $R_1$ ?
5. Quelle est la valeur de la tension $U_1(t_1)$ ?
6. Quelle est l'énergie emmagasinée par le condensateur à l'instant $t_1$ en fonction de la tension $U_1(t_1)$ ?

**Deuxième expérience :** A l'instant $t_0 = 0$, on ferme les interrupteurs $K_0$ et $K_3$. Tous les autres interrupteurs sont ouverts. Les tensions $U_1(t)$ et $U_2(t)$ atteignent leurs valeurs permanentes.

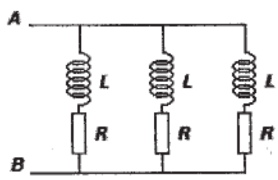
7. Quelle sera la valeur permanente de la tension $U_1$, si l'on suppose que $U_1(t_0) = U_2(t_0) = 0\ V$ ?
8. Quelle sera la valeur permanente de la tension $U_2$, si l'on suppose que $U_2(t_0) = U_{20} \neq 0\ V$ et que $U_1(t_0) = 0\ V$ ?

**Troisième expérience :** On suppose que tous les interrupteurs sont ouverts, et que $U_2 = 10V$.
On ferme l'interrupteur $K_4$. L'interrupteur $K_5$ étant toujours ouvert.

9. Donner l'équation différentielle qui caractérise le courant $I_3$ traversant la résistance $R_3$.
10. Quelle sera la valeur permanente de la tension $U_2$ ?

**Partie QCM** : Questions à choix multiples

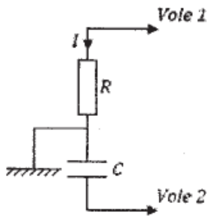
1. Trois bobines identiques, d'inductances $L$ et de résistances internes $R$, sont mises en parallèle entre les points $A$ et $B$.

   Le dipôle $AB$ est alors équivalent à :
   a. Une bobine d'inductance $L$ et de résistance interne $R$.
   b. Une bobine d'inductance $3L$ et de résistance interne $R/3$.
   c. Une bobine d'inductance $L/3$ et de résistance interne $3R$.
   d. Une bobine d'inductance $3L$ et de résistance interne $3R$.

2. La capacité équivalente de **5** condensateurs, de capacité **C**, mises en série est :
   a. Toujours supérieure à **C**.
   b. Egale à **C**.
   c. Toujours inférieure à **C**.
   d. Egale à **5 C**.

3. On essaie de déduire la valeur du courant $I$ à l'aide d'un oscilloscope à deux voies. Cette valeur :




a. Ne peut **jamais être déduite** à l'aide d'un oscilloscope.
b. Est proportionnelle à la mesure sur **la voie 1**.
c. Est proportionnelle à la mesure sur **la voie 2**.
d. Est proportionnelle à la mesure sur **la voie 1 et la voie 2**.

4. Un condensateur de capacité $C$, initialement déchargé, se charge à travers une résistance $R$. La tension permanente à ses bornes est égale à $20V$. L'instant ou la tension aux bornes de la résistance a égalé $7.4V$ est :

a. $RC$  b. $3\,RC/2$.  c. $3\,RC$  d. $0.5\,RC$

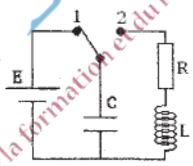
5. Une résistance $R$ et une bobine d'inductance $L$ sont en parallèle. La tension à leurs bornes est sinusoïdale de pulsation **ω**. Pour quelle valeur de **R**, le courant efficace traversant la résistance est le double du courant efficace traversant la bobine ?

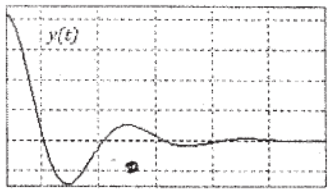
a. $L\omega/2$  b. $L\omega/4$  c. $2L\omega$  d. $4L\omega$

6. Pour mesurer expérimentalement la capacité $C$ d'un condensateur initialement déchargé, on le charge à courant constant d'intensité $I = 2mA$. Au bout de $t = 5s$, on mesure aux bornes du condensateur une tension $U = 10V$. Il est à déduire alors que la capacité est égale à :

a. $5\,mF$  b. $1\,mF$  c. $0.5\,mF$  d. $0.1\,mF$

7. On observe, à l'aide d'un oscilloscope, l'évolution temporelle d'une grandeur $y(t)$ dès lors qu'on bascule le commutateur en position **2**.
La grandeur $y(t)$ doit être :
a. Le courant traversant le circuit RLC.
b. La tension aux bornes de la résistance.
c. La tension aux bornes du condensateur.
d. L'énergie emmagasinée par la bobine.

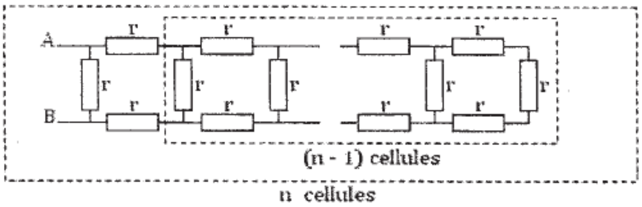



8. La résistance équivalente entre les points **A** et **B** obéit à la relation de récurrence :

a. $R_n = r(3r + 3R_{n-1})/(3r + R_{n-1})$
b. $R_n = r(r/3 + R_{n-1})/(3r + R_{n-1})$
c. $R_n = r(r + 3R_{n-1})/(3r + R_{n-1})$
d. $R_n = r(2r + R_{n-1})/(3r + R_{n-1})$

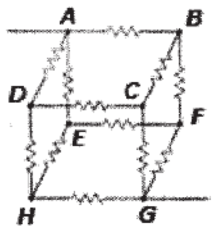
***Indication :*** *Essayer pour une cellule puis pour une seconde.*



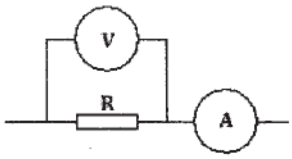

9. Sur les arrêtes d'un cube, on a placé des résistances identiques de $6\,\Omega$. La résistance équivalente entre les points **A** et **G** vaut :

a. 5 Ω  b.15 Ω  c. 6 Ω  d. 18 Ω

***Indication :*** *pour des raisons de symétrie, on a le même potentiel aux points B, E et D, et le même potentiel aux points C, F et H. les points ayant le même potentiel peuvent être joints par des fils sans changer la résistance équivalente*




10. On désire mesurer la valeur d'une résistance. Pour ce faire, on mesure la tension et le courant comme mentionné sur le schéma ci-contre.
On applique après la loi d'ohm pour déterminer la valeur de $R$.
a. Cette valeur est précise.
b. Cette valeur est imprécise suite à une imprécision au niveau de $I$ et de $U$.
c. Cette valeur est imprécise suite à une imprécision au niveau de $U$.
d. Cette valeur est imprécise suite à une imprécision au niveau de $I$.



**Cette feuille ne doit porter aucun signe indicatif ni signature**
Filières SM A et B

## FICHE DES REPONSES (Physique I) : Questions 1 à 20

| | | Note |
|---|---|---|
| **1. Vitesse $v_1$=** | $\gamma$ = | |
| **2. Distance $D$ =** | | |
| **3. L'accélération** $\gamma$ = | **4. Tensions** $T_1$= $T_2$= | |
| **5. Inégalité :** | **Equation :** | |
| **6. L'équation horaire** $x(t)$= | | |
| **7. Schémas (bilan des forces)**  |  | |
| **8. Les accélérations :** $\gamma_1$= | $\gamma_3$= | |
| **9. Distance parcourue $x$ =** | **Valeur de $\mu$ :** | |
| **10. Composante $R_N$ =** | **Accélération tang. $\gamma_t$=** | |
| **11. Vitesse $v_0$ =** | | |
| **12. Raccourcissement minimal $x_0$ =** | | |
| **13. Energie mécanique $E_m$ =** | | |
| **14. Equation du mouvement :** | **Période : T=** | |
| **15. Equation du mouvement :** | A= B= | |

**Cocher la bonne réponse**

*2 points pour une réponse juste, (-1 pt) pour une réponse fausse et (0 pt) pour le cas sans réponse*

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 16. | a | b | c | d |
| 17. | a | b | c | d |
| 18. | a | b | c | d |
| | a | b | c | d |
| 19. | a | b | c | d |
| 20. | a | b | c | d |

Note :
/40

| Cette feuille ne doit porter **aucun signe indicatif ni signature**<br>Filières SM A et B |
|---|

**Physique II : Fiche des réponses**

Problème. Une réponse juste : + 2, Une réponse fausse ou pas de réponse : 0.

| Problème | | Chaque question est notée sur 2 points | |
|---|---|---|---|
| | | Réponse | Note |
| 1. | l'équation différentielle qui caractérise la tension $U_1(t)$ | | |
| 2. | Quelle est la valeur de la constante du temps ($\tau$) du circuit | $\tau =$ | |
| 3. | La durée nécessaire pour que $U_1 = 9.5\ V$ | $T =$ | |
| 4. | La valeur permanente du courant traversant la résistance $R_1$ | $I(\infty) =$ | |
| 5. | La valeur de la tension $U_1(t)$ à l'instant $t_1$ | $U_1(t_1) =$ | |
| 6. | L'énergie emmagasinée par le condensateur à l'instant $t_1$ | $E =$ | |
| 7. | La valeur permanente de la tension $U_1(t)$ | $U_1(\infty) =$ | |
| 8. | La valeur permanente de la tension $U_2(t)$ | $U_2(\infty) =$ | |
| 9. | L'équation différentielle qui caractérise le courant $I_3$ traversant la résistance $R_3$. | | |
| 10. | La valeur permanente de la tension $U_2$ | $U_2(\infty) =$ | |

Partie QCM :
Une réponse juste : + 2, Pas de réponse : 0, Une réponse fausse ou plus d'une seule réponse : -1.

| | QCM | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | Réponse | | | | Note |
| 1. | ☐ a | ☐ b | ☐ c | ☐ d | |
| 2. | ☐ a | ☐ b | ☐ c | ☐ d | |
| 3. | ☐ a | ☐ b | ☐ c | ☐ d | |
| 4. | ☐ a | ☐ b | ☐ c | ☐ d | |
| 5. | ☐ a | ☐ b | ☐ c | ☐ d | |
| 6. | ☐ a | ☐ b | ☐ c | ☐ d | |
| 7. | ☐ a | ☐ b | ☐ c | ☐ d | |
| 8. | ☐ a | ☐ b | ☐ c | ☐ d | |
| 9. | ☐ a | ☐ b | ☐ c | ☐ d | |
| 10. | ☐ a | ☐ b | ☐ c | ☐ d | |

| Note : /40 |
|---|

جامعة مولاي إسماعيل
UNIVERSITÉ MOULAY ISMAÏL

المدرسة الوطنية العليا للفنون و المهن
ÉCOLE NATIONALE SUPÉRIEURE D'ARTS ET MÉTIERS

ensam CASABLANCA

# CONCOURS D'ACCES A L'ENSAM-MEKNES ET A L'ENSAM-CASABLANCA

***Epreuve de Mathématiques : Filières Sciences et Techniques***
*Vendredi 24 Juillet 2015 - Durée : 2h*

## Partie I : Questions à réponses précises

*Chaque réponse est notée sur* ***2pts***

| | Questions | Réponses |
|---|---|---|
| Q1 | Soit la proposition $P$: " $\forall a \in \mathbb{R}_+^*;\ a+\frac{1}{a} \geq 2$ ". Donner la négation et le tableau de vérité de $P$. | $\overline{P}$ :<br>$P$ est |
| Q2 | Soit la proposition $A$: "Il existe un polynôme $P(x) = ax^3+bx^2+cx+d$ à coefficients $a, b, c$ et $d$ dans $\mathbb{Z}$ tel que $P(1) = 1$ et $P(2015) = 2$". En factorisant $P(2015) - P(1)$ dire si $A$ est vraie ou $A$ est fausse. | $A$ est |
| Q3 | Le code confidentiel d'une carte bancaire est constitué d'un nombre de 4 chiffres non nuls. Combien y-a-t-il de codes contenant une fois, et une seule, le chiffre 1? | |
| Q4 | Soient les nombres complexes suivants :<br>$z = e^{\frac{2\pi}{7}i}$, $a = z+z^2+z^4$ et $b = z^3+z^5+z^6$. Sachant que $a+b = -1$ et $\overline{b} = a$, donner la valeur de la somme $S = cos\left(\frac{2\pi}{7}\right) + cos\left(\frac{4\pi}{7}\right) + cos\left(\frac{8\pi}{7}\right)$. | $S =$ |
| Q5 | Dans le plan complexe muni d'un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$ on considère les points $A$, $B$ et $C$ d'affixes respectivement $a = 2$, $b = -1+i\sqrt{3}$ et $c = -1-i\sqrt{3}$. Donner la forme trigonométrique de $z = \frac{c-a}{b-a}$ et déduire l'angle $\theta$ de la rotation qui transforme $B$ en $C$. | $z =$<br>$\theta =$ |
| Q6 | Calculer la limite de la suite de terme général $u_n = \frac{1}{1+n^2} + \frac{1}{2+n^2} + \cdots + \frac{1}{n+n^2}$. | $\lim\limits_{n} u_n =$ |
| Q7 | Calculer $\lim_{x\to 0} f(x)$ ; où $f(x) = \frac{e^{x^2} - \cos(x)}{2x^2}$ | $\lim\limits_{x\to 0} f(x) =$ |
| Q8 | Soit $f(x) = \ln(1+e^{-x})$. Déterminer $f^{-1}$. | $Df^{-1} =$<br>$f^{-1}(x) =$ |
| Q9 | Déterminer la primitive $F$ de la fonction $x \mapsto \frac{1}{x\ln(x)}$ sur $]1, +\infty[$ qui vaut 1 en $e$. | $F(x) =$ |
| Q10 | Soient $f(x) = tan(x)$ et $\mathcal{C}_f$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$ tel que : $\lVert\vec{\imath}\rVert = \lVert\vec{\jmath}\rVert = 1cm$. Calculer l'aire $A$ de la surface délimitée par $\mathcal{C}_f$ et les droites $x = 0$, $x = \frac{\pi}{4}$ et $y = 0$. | $A =$ |
| Q11 | Soit $I_n = \int_0^1 x^n \ln(1+x)\, dx$, $\forall n \geq 1$. Calculer $\lim_n I_n$. | $\lim\limits_{n} I_n =$ |
| Q12 | Soit $\mathcal{S}$ la sphère d'équation cartésienne : $x^2+y^2+z^2-2x-2y = 0$.<br>Déterminer l'équation $(E)$ du plan tangent $\mathcal{P}$ à $\mathcal{S}$ au point $O(0,0,0)$. | $(E)$: |
| Q13 | Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation : $\left(\sqrt{x}\right)^x = x^{\sqrt{x}}$. | $S =$ |
| Q14 | Sachant que $x \mapsto sin^2(x)$ est une solution de l'équation différentielle $(E)$: $y'' + 4y - 2 = 0$, déterminer la solution particulière $y_0$ de $(E)$ telle que sa courbe représentative passe par le point $A(0, \sqrt{2})$ et ayant une tangente en $A$ de coefficient directeur 1. | $y_0 =$ |
| Q15 | Une usine produit des pièces dont 2% sont défectueuses. Après contrôle, on s'est aperçu que 97% des pièces bonnes sont acceptées et 99% des pièces défectueuses sont rejetées. Quelle est la probabilité $P$ d'avoir une pièce bonne et rejetée ? | $P =$ |
| Q16 | On considère un rectangle de longueur $x$. Déterminer la valeur minimale $P_m$ du périmètre de ce rectangle sachant que sa surface est égale à 100 . | $P_m =$ |
| Q17 | Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation : $\cos(2x) + \cos(x) - 2 = 0$. | $S =$ |

## Partie II : Questions à choix multiples

*Une réponse correcte = **2pts**, aucune réponse = **0pts**, plus d'une réponse ou une réponse fausse = **- 1pt***

**Q18.** On considère le disque unité $D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 1\}$ et la proposition $P$: "$\exists A, B \subset \mathbb{R};\ D = A \times B$". Alors

| | | | |
|---|---|---|---|
| $(1,0) \in D$ et $P$ est vraie | $(0,1) \in D$ et $P$ est vraie | $P$ est fausse | aucune des trois réponses |

**Q19.** Soient $\begin{cases} u_1 = 1 \\ (u_{n+1})^2 = 4u_n;\ \forall n \geq 1 \end{cases}$ et $v_n = \ln\left(\frac{u_n}{4}\right)$; $\forall n \geq 1$. La suite $(v_n)$ est

| | | | |
|---|---|---|---|
| arithmétique | géométrique de raison $\frac{1}{2}$ | constante | aucune des trois réponses |

**Q20.** Soit $f(x) = x - ln|2e^x - 1|$. Alors

| | | | |
|---|---|---|---|
| $f$ est bornée au voisinage de $-\infty$. | $f$ n'est pas bornée au voisinage de $+\infty$. | $f$ est bornée au voisinage de $+\infty$. | aucune des trois réponses |

**Q21.** Pour quelle valeur de $a$ la fonction $f$ définie sur $[0, +\infty[$ par $f(x) = ln\left(\frac{x}{x+1}\right) - \frac{\ln(x)}{x+1} + 1$ si $x \in ]0, +\infty[$ et $f(0) = a$ est continue ?

| | | | |
|---|---|---|---|
| $a = -1$ | $a = \ln(2)$ | $a = 1$ | $a = 0$ |

**Q22.** La courbe représentative de la fonction $P$ définie sur $[0,1]$ par $P(x) = x^5 + 3x^3 + 4x - 5$ coupe l'axe des abscisses en :

| | | | |
|---|---|---|---|
| un unique point | deux points | aucun point | aucune des trois réponses |

**Q23.** Soit $f$ la fonction définie par $f(x) = e^x - 2\sqrt{e^x - 1}$ et soit $\mathcal{C}$ sa courbe représentative. Alors

| | | | |
|---|---|---|---|
| $f$ est dérivable à gauche de 0 | $f$ est dérivable à droite de 0 | $f$ admet une demi-tangente verticale au point $A(0,1)$ dirigée vers le haut | $f$ admet une demi tangente verticale au point $A(0,1)$ dirigée vers le bas |

**Q24.** Soit $f(x) = \frac{e^x - 1}{x} + \ln(x)$. La courbe représentative $\mathcal{C}_f$ de $f$

| | | | |
|---|---|---|---|
| admet en $+\infty$ une branche parabolique de direction asymptotique la droite $y = 0$ | admet une asymptote oblique en $+\infty$ | est au-dessus de la droite $y = 0$ | aucune des trois réponses |

**Q25.** Soit $f$ la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = (x-1)e^x$. Sa courbe représentative $\mathcal{C}_f$

| | | | |
|---|---|---|---|
| est convexe | est concave | admet un maximum local en 0 | admet un point d'inflexion en $A\left(-1, -\frac{2}{e}\right)$ |

Privé

Pôle Santé

www.excelweb.ma

GROUPE des INSTITUTS EXCEL

مجموعة معاهد إكسيل

**leader**
**de la formation et du recrutement**

ACCREDITE
مؤسسة معتمدة
Etablissement
التكوين المهني الخاص
FORMATION PROFESSIONNELLE PRIVÉE

TS

## ORTHOPHONISTE
مصحح النطق

TS

## RADIOLOGIE
تقني متخصص في الأشعة

TS

## LABORATOIRE
تقني متخصص في المختبر

TS

## ANESTHÉSISTE REANIMATEUR
التخذير و الإنعاش


06 75 50 01 22

groupe.des.instituts.excel.marrakech

groupe_excel_marrakech

WWW.groupeexcel.ma

جامعة مولاي إسماعيل
UNIVERSITÉ MOULAY ISMAÏL
المدرسة الوطنية العليا للفنون و المهن
ÉCOLE NATIONALE SUPÉRIEURE D'ARTS ET MÉTIERS
ensam CASABLANCA

# CONCOURS D'ACCES A L'ENSAM-MEKNES ET A L'ENSAM-CASABLANCA

***Epreuve de Mathématiques : Filière Sciences Mathématiques A et B***
*Vendredi 24 Juillet 2015 - Durée : 2h*

## Partie I : Questions à réponses précises

*Chaque réponse est notée sur* ***2pts***

| | Questions | Réponses |
|---|---|---|
| **Q1** | Soit la proposition $P$:" $\forall a \in \mathbb{R}_+^*;\ a+\frac{1}{a} \geq 2$ ". Donner la négation et le tableau de vérité de la proposition $P$. | $\bar{P}$ :<br>$P$ est |
| **Q2** | Le code confidentiel d'une carte bancaire est constitué d'un nombre de 4 chiffres non nuls. Combien y-a-t-il de codes contenant une fois, et une seule, le chiffre 1 ? | |
| **Q3** | Soient les nombres complexes suivants :<br>$z = e^{\frac{2\pi}{7}i}$ , $a = z + z^2 + z^4$ et $b = z^3 + z^5 + z^6$. Sachant que $a + b = -1$ et $\bar{b} = a$, donner la valeur de la somme $S = cos\left(\frac{2\pi}{7}\right) + cos\left(\frac{4\pi}{7}\right) + cos\left(\frac{8\pi}{7}\right)$. | $S =$ |
| **Q4** | Dans le plan complexe muni d'un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$, on considère les points $A$, $B$ et $C$ d'affixes respectivement $a = 2$, $b = -1 + i\sqrt{3}$ et $c = -1 - i\sqrt{3}$. Donner la forme trigonométrique de $z = \frac{c-a}{b-a}$, et déduire l'angle $\theta$ de la rotation qui transforme $B$ en $C$. | $z =$<br>$\theta =$ |
| **Q5** | Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation : $3^{\cos(x)} + 3^{\cos(\pi - x)+1} \leq 2\sqrt{3}$. | $S =$ |
| **Q6** | Calculer $\lim_{x\to 0} f(x)$ ; où $f(x) = \frac{e^{x^2} - \cos(x)}{2x^2}$. | $\lim\limits_{x\to 0} f(x) =$ |
| **Q7** | Soit $g$ la fonction définie sur $[0, +\infty[$ par $g(x) = ln\left(\frac{x}{x+1}\right) - \frac{\ln(x)}{x+1} + 1$ si $x > 0$ et $g(0) = a \in \mathbb{R}$. Déterminer la valeur de $a$ pour que $g$ soit continue sur $[0, +\infty[$. | $a =$ |
| **Q8** | Soit $f(x) = \ln(1 + e^{-x})$. Déterminer $f^{-1}$. | $Df^{-1} =$<br>$f^{-1}(x) =$ |
| **Q9** | Déterminer la primitive $F$ de la fonction $x \mapsto \frac{1}{x ln(x)}$ sur $]1, +\infty[$ qui vaut 1 en $e$. | $F(x) =$ |
| **Q10** | Calculer, en utilisant les sommes de Riemann, la limite de la suite $u_n = \sum_{k=1}^{n} \frac{n}{n^2+k^2}$. | $\lim\limits_{n} u_n =$ |
| **Q11** | Soient $f(x) = \frac{x}{1+x^2} - Arctan(x)$ et $\mathcal{C}_f$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$ tel que : $\Vert\vec{\imath}\Vert = \Vert\vec{\jmath}\Vert = 1cm$. Calculer l'aire $A$ de la surface délimitée par $\mathcal{C}_f$ et les droites $x = 0$, $x = 1$ et $y = 0$. | $A =$ |
| **Q12** | Soit $I_n = \int_0^1 x^n \ln(1+x)\,dx$, $\forall n \geq 1$. Calculer $\lim_n I_n$. | $\lim\limits_{n} I_n =$ |
| **Q13** | Sachant que $x \mapsto sin^2(x)$ est une solution de l'équation différentielle $(E)$: $y'' + 4y - 2 = 0$, déterminer la solution particulière $y_0$ de $(E)$ telle que sa courbe passe par $A(0, \sqrt{2})$ et ayant une tangente en $A$ de coefficient directeur 1. | $y_0 =$ |
| **Q14** | Soit $\mathcal{S}$ la sphère d'équation cartésienne: $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y = 0$. Déterminer l'équation $(E)$ du plan tangent $\mathcal{P}$ à $\mathcal{S}$ au point $O(0,0,0)$. | $(E)$: |
| **Q15** | Sachant que $10^{3n} \equiv 1[27]$, $\forall n \in \mathbb{N}$, déterminer le reste $r$ de la division euclidienne de $10^{100} + 100^{10}$ par 27. | $r =$ |
| **Q16** | Résoudre dans $\mathbb{Z}^2$ l'équation : $x^2 - 2y^2 + xy + 2 = 0$ | $S =$ |
| **Q17** | Une usine produit des pièces dont 2% sont défectueuses. Après contrôle, on s'est aperçu que 97% des pièces bonnes sont acceptées et 99% des pièces défectueuses sont rejetées. Quelle est la probabilité $P$ d'avoir une pièce bonne et rejetée ? | $P =$ |

## Partie II : Questions à choix multiples

*Une réponse correcte = **2pts**, aucune réponse = **0pts**, plus d'une réponse ou une réponse fausse = **- 1pt***

---

**Q18.** Soit $M_3(\mathbb{R})$ l'espace des matrices carrées d'ordre 3 à coefficients réels . La matrice $A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ vérifie :

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | $A^3 \neq 2I$ | | $A$ non inversible | | $\{I, A^3\}$ libre dans $M_3(\mathbb{R})$ | | $A$ est inversible et $A^{-1} = \frac{1}{2}A^2$ |

---

**Q19.** Soient l'espace vectoriel réel $E = \{f: x \mapsto (ax+b)e^{2x}; a, b \in \mathbb{R}\}$ et $f_1$ et $f_2$ les deux éléments de $E$ définies par : $f_1(x) = e^{2x}$ et $f_2(x) = xe^{2x}$. Soit $B = \{f_1, f_2\}$ et $g: x \mapsto \int_0^x \left(t + \frac{1}{2}\right) e^{2t} dt$. Alors

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | les vecteurs $f_1$ et $f_2$ sont liés | | $g \notin E$ | | $B$ est une base de $E$ et les coordonnées de $g$ dans $B$ sont $\left(0, \frac{1}{2}\right)$ | | $B$ est une base de $E$ et les coordonnées de $g$ dans $B$ sont $(0,1)$ |

---

**Q20.** On considère le disque unité $D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 1\}$ et la proposition $P$: "$\exists A, B \subset \mathbb{R};\ D = A \times B$". Alors

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | $(1,0) \in D$ et $P$ est vraie | | $(0,1) \in D$ et $P$ est vraie | | $P$ est fausse | | aucune des trois réponses |

---

**Q21.** Soit $f: [0,1] \longrightarrow \mathbb{R}$ strictement monotone telle que $f(0) = 0$ et $f(1) = 1$. L'équation : $f(x) = 1 - x^n, n \geq 1$

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | n'a pas de solution | | admet deux solutions distinctes | | admet une solution unique | | aucune des trois réponses |

---

**Q22.** Soit $f(x) = x - ln|2e^x - 1|$. Alors

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | $f$ bornée au voisinage de $-\infty$ | | $f$ n'est pas bornée au voisinage de $+\infty$ | | $f$ bornée au voisinage de $+\infty$ | | aucune des trois réponses |

---

**Q23.** Soit $f(x) = \frac{e^x - 1}{x} + \ln(x)$ . La courbe représentative $\mathcal{C}_f$ de $f$

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | admet en $+\infty$ une branche parabolique de direction asymptotique la droite $y = 0$ | | admet une asymptote oblique en $+\infty$ | | est au-dessus de la droite $y = 0$ | | aucune des trois réponses |

---

**Q24.** L'équation $cos^4(x) + sin^4(x) = 1$ admet dans $[-\pi, \pi]$

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | une infinité de solutions | | 8 solutions | | 4 solutions | | aucune solution |

---

**Q25.** Soient $a$ et $b$ deux entiers naturels non nuls. Alors le nombre $N = a^4 + 4b^4$ vérifie :

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | $N < (a-b)^2 + b^2$ | | $N < (a+b)^2 + b^2$ | | $N$ est premier | | $N$ n'est pas premier |