Concours d'accès en 1ère année du cycle normal (2015/2016)

Epreuve de Physique, durée 1h30

Exercice I

Dans le plan vertical $(O,\vec{x},\vec{y})$, on dispose d'un ressort **(R₁)** à spires non jointives, de masse négligeable, de longueur à vide $\mathbf{l_o = 10\ cm}$ et de raideur $\mathbf{k = 20\ N.m^{-1}}$. Le ressort est enfilé sur une tige verticale, l'extrémité M est fixée à un solide (S), l'autre extrémité est soudée en O. Le solide **(S)**, assimilé à un point matériel de masse **m = 20 g** peut glisser sans frottement sur la tige verticale (**figure 1**). La position de **(S)** par rapport à O est notée **x(t)**. On donne $\mathbf{g=10\ m.s^{-2}}$.

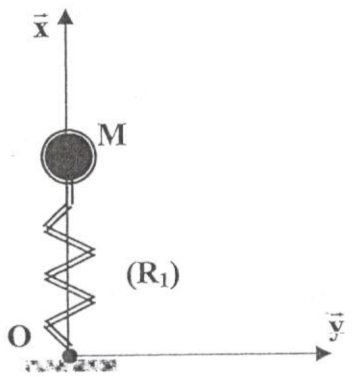

Figure 1.

Question 1 : On considère que le solide **(S)** est au repos. Déterminer dans ce cas la position d'équilibre, $\mathbf{x_e}$ de (S).

Réponses **A :** $x_e = 5$ cm **B :** $x_e = 8$ cm **C :** $x_e = 9$ cm

I- On écarte le solide (S) de **1 cm** de sa position d'équilibre dans le sens positif de l'axe **Ox** puis on le lâche sans vitesse.

Question 2 : Appliquer le principe fondamental de la dynamique au solide **(S)**. En déduire l'équation différentielle du mouvement.

Réponses A : $\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{k}{m}x = \frac{k}{m}l_o - g$ B : $\frac{d^2x}{dt^2} - \frac{k}{m}x = \frac{k}{m}l_o - g$ C : $\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{m}{k}x = \frac{m}{k}l_o - g$

Question 3 : Effectuer le changement de variable $\mathbf{x = X(t) + x_e}$ sur l'équation différentielle obtenue dans la question précédente.

Réponses A : $\frac{d^2X}{dt^2} + \frac{k}{m}X = 0$ B : $\frac{d^2X}{dt^2} - \frac{k}{m}X = 0$ C : $\frac{d^2X}{dt^2} + \frac{m}{k}X = 0$

Question 4 : Donner la solution **X(t)**. Calculer la fréquence ainsi que la période du mouvement.

Réponse A : $X(t) = 10^{-3}\cos(10\sqrt{10}\ t)$ **Période** = $\frac{\pi}{5\sqrt{10}}$ s **Fréquence** = $10\sqrt{10}$ s^{-1}

Réponse B : $X(t) = 10^{-2}\cos(10^{-1}\sqrt{10^{-1}}t)$ **Période** = $\frac{2\pi}{10^{-1}\sqrt{10^{-1}}}$ S **Fréquence** = $10^{-1}\sqrt{10^{-1}}$ s^{-1}

Réponse C : $X(t) = 10^{-2}\cos(10\sqrt{10}\,t)$ **Période** = $\frac{\pi}{5\sqrt{10}}$ s **Fréquence** = $10\sqrt{10}$ s^{-1}

Question 5 : Calculer la vitesse du solide **(S)** lors de son deuxième passage par la position d'équilibre.

Réponses **A :** $10^{-1}\sqrt{10}$ **m/s** **B :** $10\sqrt{10}$ **m/s** **C :** $10^{-1}\sqrt{10^{-1}}$ **m/s**

Question 6 : Calculer l'accélération du solide **(S)** lors de son deuxième passage par la position d'équilibre.

Réponses **A :** $\sqrt{10}$ **m.s**$^{-2}$ **B : 0 m.s**$^{-2}$ **C :** $\sqrt{10^{-1}}$ **m. s**$^{-2}$

II- Le solide **(S)** est soumis à une force verticale permettant d'entretenir un mouvement périodique vertical. Cette force est donnée sous la forme : **F = Fo cos (Ω t)**

Question 7 : Etablir l'équation différentielle, en **X(t)**, qui régit le mouvement oscillatoire forcé par rapport à l'équilibre.

Réponses

A : $\frac{d^2X}{dt^2} + \frac{m}{k}X = \frac{Fo}{k}\cos(\Omega\,t)$ B : $\frac{d^2X}{dt^2} - \frac{k}{m}X = Fo\cos(\Omega\,t)$ C : $\frac{d^2X}{dt^2} + \frac{k}{m}X = \frac{Fo}{m}\cos(\Omega\,t)$

Question 8 : La solution de l'équation différentielle obtenue dans la question 7 est cherchée en régime permanent sous la forme **A cos(Ω t + ϕ)**. Déterminer l'amplitude du mouvement, **A**, ainsi que la phase ϕ.

Réponses

A : $A = \frac{\frac{Fo}{k}}{\frac{k}{m} - \Omega^2}$, $\phi = \pi$ **B :** $A = \frac{\frac{Fo}{k}}{\frac{k}{m} - \Omega^2}$, $\phi = 0$ **C :** $A = \frac{\frac{Fo}{m}}{\frac{k}{m} - \Omega^2}$, $\phi = 0$

Question 9 : Donner une explication physique du le résultat obtenu pour la phase ϕ.

Réponses :

A : Ce résultat est dû à l'absence de frottement

B : Ce résultat est dû à la raideur du ressort

C : Ce résultat est dû à l'entretien du mouvement périodique.

Question 10 : Pour quelle valeur de Ω, l'amplitude du mouvement peut-elle être infinie ?

Réponses : A: $\Omega = \frac{k}{m}$, B: $\Omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$, C: $\Omega = \sqrt{\frac{m}{k}}$,