ROYAUME DU MAROC
/
MINISTERE DE L'EQUIPEMENT
ET DES TRANSPORTS
/
INSTITUT SUPERIEUR
D'ETUDES MARITIMES

05 JUILLET 2008

Concours d'accès
en $1^{ère}$ année du cycle normal de l'Institut Supérieur
d'Etudes Maritimes au titre de l'année académique 2008/2009

Epreuve : Mathématiques
Durée : 2 Heures

Exercice 1

On considère la suite réelle (U_n) définie par son premier terme $U_0 = -4$ et, pour tout nombre naturel non nul n, par : $U_n = \dfrac{2}{5} U_{n-1} - 3$

1. Déterminer le nombre réel α tel que la suite $(V_n) = U_n + \alpha$.
   Soit une suite géométrique,
2. On précisera le premier terme et la raison.
3. Calculer V_n en fonction de n, puis U_n en fonction de n.

On pose :
$S_n = V_0 + V_1 + \ldots\ldots + V_n$,
$S'_n = U_0 + U_1 + \ldots.. + U_n$

4. Calculer S_n.
5. En déduire S'_n.

Exercice 2

Pour tout nombre complexe Z, on considère
$f(z) = z^4 - 10z^3 + 38z^2 - 90z + 261$

6. Soit b un nombre réel, exprimer en fonction de b les parties réelles et imaginaires de f(ib).
7. En déduire que l'équation f(z)=0 admet deux nombres imaginaires purs comme solution.
8. Déterminer les deux nombres réels α et β tels que pour tout nombre complexe z,
   $f(z) = (z^2+9)(z^2 + \alpha z + \beta)$.
9. Résoudre dans l'ensemble des nombres complexes l'équation f(z)=0.

Exercice 3

Dériver les fonctions suivantes :

10. $f(x) = \ln(\tan^2 x)$
11. $f(x) = 1 + x - \tan x + \dfrac{1}{3}\tan^3 x$

Exercice 4

Calculer les primitives des fonctions données :

12. xe^{-x}
13. $x^4 \ln x$
14. $\sin(\ln x)$
15. Calculer l'intégrale $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} 16x\cos^4 x\,dx$

Soit f et g les fonctions numériques de la variable réelle x définies par :

$f(x)=\sin^2 x \cos x$, $g(x)=\sin^3 x$

Déterminer les primitives :

16. de f(x)
17. de g(x)

18. Calculer l'intégrale $\int_0^{\frac{\pi}{2}} 9x\sin^2 x\cos x\,dx$.

Exercice 5

Calculer les limites

19. $f(x) = \dfrac{1+\cos 2x}{(\frac{\pi}{2}-x)^2}$ quand x tend vers $\dfrac{\pi}{2}$

20. $f(x) = \dfrac{\ln(\cos x)}{x\sin x}$ quand x tend vers 0