ROYAUME DU MAROC
/
MINISTERE DE L'EQUIPEMENT
ET DU TRANSPORT
/
INSTITUT SUPERIEUR
DES ETUDES MARITIMES

08 JUILLET 2007

Concours d'accès
en 1ère du cycle normal de l'Institut Supérieur
des Etudes Maritimes au titre de l'année académique 2007/2008

Epreuve : **Mathématiques**
Durée : **2 Heures**

EXERCICE 1

Soit la suite numérique réelle u_n définie par : $\forall n \in N^* \quad u_n = Log\dfrac{n+1}{n}$

N^* : l'ensemble des entiers naturels privé de 0 ;
Log : logarithme népérien

1- Calculer $u_{n+1} - u_n$ et en déduire si la suite u_n est croissante ou décroissante

On pose $v_n = u_1 + u_2 + \ldots\ldots + u_n$

2- Calculer v_n en fonction de n

3- Calculer la limite de v_n lorsque n tend vers l'infini. La suite v_n est elle convergente ?

On pose $w_n = u_n + u_{n+1} + u_{n+2} + \ldots\ldots + u_{2n}$

4- Calculer w_n en fonction de n

5- Calculer la limite de w_n lorsque n tend vers l'infini. La suite w_n est elle convergente ?

EXERCICE 2

Le plan complexe (P) est rapporté à un repère orthonormal direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$.

6- Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation : $z^3 - 8 = 0$

On considère dans le plan (P) les points A, B et C d'affixes respectives :

$$z_A = -1 + i\sqrt{3} \quad ; \quad z_B = 2 \quad ; \quad z_C = -1 - i\sqrt{3}$$

7-Ecrire z_A et z_C sous la forme trigonométrique.

8-Déterminer la nature du triangle ABC.

On considère l'application f du plan dans lui-même qui à tout point M d'affixe z associe le point M'
d'affixe $z' = e^{\frac{2i\pi}{3}} z$

9-Déterminer les images des points A et C par f.

10- En déduire l'image de la droite (AC) par f.

EXERCICE 3

Calculer les intégrales suivantes :

√ 11- $\int_{-1}^{1} \sqrt{1 - x^2} \; Arc\cos x \, dx$

√ 12- $\int_{1}^{\sqrt{3}} x \, Arc\,tg \frac{1}{x} \, dx$

√ 13- $\int_{1}^{\sqrt{2}} x \, Arc\,\text{six} \frac{1}{x} \, dx$

√ 14- $\int_{0}^{x} \tan^2 t \, dt$

EXERCICE 4

Soit la fonction numérique $f_k(x) = -x \, Log\,(kx)$ où $k \in R^*$

15- Donner le domaine de définition de f_k

16- Calculer $\frac{d}{dx}[f_k(x)]$

17- Calculer $\lim_{x \to 0} f_k(x)$

EXERCICE 5

Soit la fonction $f(x) = \sqrt{x^2 + 2x - 3}$

√ 18- Déterminer le domaine de définition de f

√ 19- Déterminer les équations asymptotes à la courbe de f

√ 20- Déterminer l'équation de l'axe de symétrie à cette courbe non

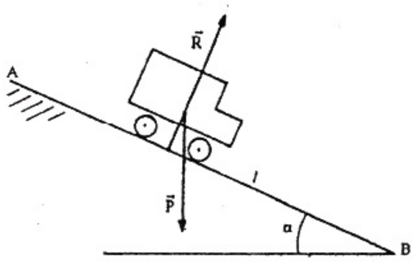
ROYAUME DU MAROC
/
MINISTERE DE L'EQUIPEMENT
ET DU TRANSPORT
/
INSTITUT SUPERIEUR
DES ETUDES MARITIMES

08 Juillet 2007

Concours d'accès en 1ère année du cycle normal
de l'Institut Supérieur des Etudes Maritimes
au de l'année 2007/2008

Epreuve : *Physique*
Durée : *2 heures*

Exercice 1



Une automobile, de masse 1000 kg, arrive au sommet A d'une côte avec une vitesse de 36 $km.h^{-1}$. Le moteur cesse alors de fonctionner et l'auto aborde la descente AB de pente 8 % et de longueur 375 m.
On prendra $g = 10\ m.s^{-2}$ pour tout l'exercice.

1) On suppose qu'il n'existe aucune résistance à l'avancement, ni de la part de l'air, ni de la part du sol. Calculer la vitesse de l'auto lorsqu'elle arrive en B.
2) En réalité la vitesse de l'auto en B est 65 $km.h^{-1}$. Calculer l'intensité de la force, supposée constante, qui équivaut aux diverses résistances à l'avancement.
3) Au cours de cette descente, l'auto croise une moto qui monte de B vers A à la vitesse constante de 45 $km.h^{-1}$. Le motocycliste est passé en B à l'instant où l'auto est passée en A. A quelle distance de B vont-ils se croiser?
4) Lorsque l'auto passe en B avec la vitesse de 65 $km.h^{-1}$ on remet le moteur en marche; l'auto gravit alors une côte BC, de pente 4 % et de longueur 200 m, et passe en C avec une vitesse de 90 $km.h^{-1}$. Les résistances à l'avancement sont représentées par une force ayant la même intensité que celle calculée dans la deuxième question; la force motrice est supposée constante. Calculer la puissance du moteur lorsque l'auto passe en B, puis lorsqu'elle passe en C.

Exercice 2

Dans tout le problème les frottements sont négligés.
On prend $g = 10\ m.s^{-2}$.

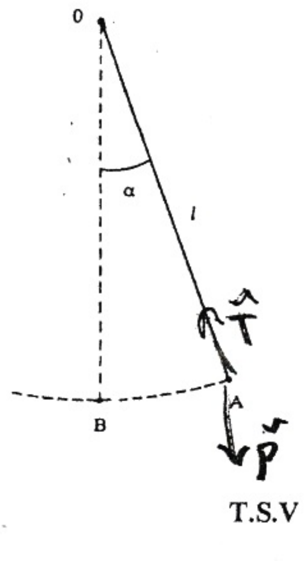
A. En un point O est accroché un fil de longueur $l = 1\ m$, portant à son extrémité une bille supposée ponctuelle de masse $m = 0,1\ kg$. L'ensemble constitue un pendule simple.

I. Le pendule étant dans sa position d'équilibre OB.

5) Calculer la tension du fil.

II. On amène le pendule dans la position OA. Le pendule, ainsi écarté d'un angle $\alpha = \dfrac{\pi}{6}\, rad$ par rapport à sa position d'équilibre, est abandonné sans vitesse.

6) Calculer la vitesse de la bille quand le pendule passe par sa position d'équilibre.
7) Déterminer la tension du fil au passage de la bille en B.
8) Au delà de B la vitesse devient nulle en un point C. Préciser sans démonstration la position du point C. Calculer la tension du fil quand la bille est en C. $T = \infty$



T.S.V

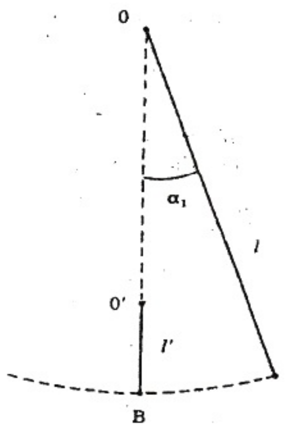
B. Le pendule précédent est appelé dans la suite du problème pendule P_1

I. On considère le pendule P_1 effectuant des oscillations de faible amplitude.

9) Donner, l'expression de sa période T_1. Calculer T_1 (Prendre $\pi^2 = 10$).

10) Donner, l'expression de l'élongation angulaire α (t) du pendule. On désigne par α_1, son amplitude, et on prend pour origine des temps l'instant où il est lâché sans vitesse.

11) Calculer la vitesse maximale v_1 de la bille. On donne: $\alpha_1 = \frac{\pi}{40}$ radian



II. Un deuxième pendule simple, appelé pendule P_2, est constitué d'une bille identique à la précédente, attachée à l'extrémité d'un fil de longueur: $l' = \frac{l}{4}$

12) Calculer la période T_2 de ce second pendule.

III. On fixe le pendule P_2 en un point O' situé entre O et B de telle sorte que la position d'équilibre soit O'B. On écarte le pendule P_1 d'un angle $\alpha_1 = \frac{\pi}{40}$ radian par rapport à sa position d'équilibre OB, et on le lâche sans vitesse, à l'instant t = 0.
En B, la bille du pendule P_1 heurte la bille immobile du pendule P_2. Le choc est parfaitement élastique.

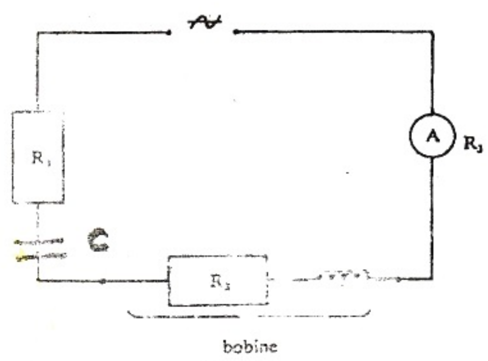
13) A quel instant se produit ce choc ?

14) Calculer les vitesses des deux billes après le choc.

15) A la suite du choc, de quel angle maximal α_2 s'écarte le pendule P_2 par rapport à sa position d'équilibre? α_2 est un angle petit.

Pour un angle α petit exprimé en radian, on admet: $\cos\alpha \approx 1 - \frac{\alpha^2}{2}$

Exercice 3



Un circuit comprend les appareils suivants associés en série:
- un rhéostat de résistance $R_1 = 52\ \Omega$
- une bobine de résistance $R_2 = 4\ \Omega$ et d'inductance L = 1H
- un condensateur de capacité C = 15 μF
- un ampèremètre de résistance $R_3 = 7\ \Omega$.

On établit aux bornes de ce circuit la tension $u = 20\sqrt{2}\sin 314\ t$ (V) .

16) Quelle est l'intensité instantanée i du courant qui s'établit dans ce circuit?

17) Calculer les tensions efficaces aux bornes de la bobine et du condensateur.

On fait varier l'inductance de la bobine.

18) **Quelle est la valeur maximale de l'intensité ?**

Exercice 4

On produit des ondes stationnaires le long d'une corde. Il y a un nœud à chaque extrémité. On observe 3 fuseaux. La fréquence de la vibration est 100 Hz. Sachant que la corde a une longueur de 1,2 m, calculer :

19) La longueur d'onde de la vibration qui se propage le long de la corde.

20) La célérité de l'onde.